



## MATEMATIK:

### Miljømatematik

#### Arbejdsark modul2, 1:

#### Blandede strategier i spilteori

Lad os vende tilbage til klimaeksemplet med de to ligevægte i tabel 3 og illustrere en løsningsstrategi til at problemet – hvor vi anvender de såkaldt *blandede strategier*.

De tidligere nævnte løsninger tager udgangspunkt i såkaldte *rene strategier*. Dette skal forstås på den måde, at hver spiller skal tage *et specifikt valg* i en given situation. Dette er ikke altid muligt – enten fordi der ikke er noget optimalt valg – eller fordi der er flere at vælge i mellem. I en sådan situation vil spillerne således enten *satse* eller overveje en anden måde at anskue problemstillingen på.

Vælger vi det sidste, kan vi introducere de såkaldt *blandede strategier*, hvor strategien baseres på sandsynlighedsregningen. På den baggrund finder man den strategi, som spilleren skal vælge, hvis han vil have *størst sandsynlighed for et stort udbytte*. Bemærk dog, at der i selve forståelsen af blandende strategier ligger en accept af tilfældigheder: man sandsynliggør kun, at man får et godt resultat – der gives ingen sikkerhed for succes.

Udbyttematrixen fra før:

	U-land	
I-land	Investere	Lade stå til
Investere	(1,1)	(0,2)
Lade stå til	(2, 0)	(-2,-2)

**Tabel 5:** Klimaspil med to ligevægte

Vi lægger så at sige endnu en matematisk model oven på den vi allerede har introduceret. Antager vi, at der er sandsynligheden  $p$  for at U-landene investerer, må der være sandsynligheden  $1-p$  for at de lader stå til – de gør enten det ene eller det andet. Ligeledes sættes sandsynligheden til  $q$  for at I-landene investere og dermed  $1-q$  for at de lader stå til. Det kan vi skrive på følgende måde:

		U-land	
		Investere Sandsynlighed p	Lade stå til Sandsynlighed 1-p
I-land	Investere Sandsynlighed q	(1,1)	(0,2)
	Lade stå til Sandsynlighed 1-q	(2, 0)	(-2,-2)

**Tabel 6:** udbyttmatrix med introduktion af sandsynligheder.

I vores aktuelle eksempel vil vi nok mene, at der er være gode argumenter for at p er mindre end 50 %, mens q er større end 50 %, da vi jo antog at I-landene havde en større "klimasamvittighed" end U-landene. Men vi ligger os ikke fast på en sandsynlighed for p eller q. Vi anvender i stedet matematik til at give I-landene et bedre beslutningsgrundlag. Vi ganger sandsynlighederne med udbyttet i hver række - det som i sandsynlighedsregningen kaldes *gennemsnittet*.

Anvender vi udbytteerne for I-landene og sandsynlighederne for U-landenes valg, kan vi udregne I-landenes *gennemsnitlige udbytte* når de *investerer*.

$$Udbytte_{I\text{-land investerer}} = 1 \cdot p + 0 \cdot (1 - p) = p$$

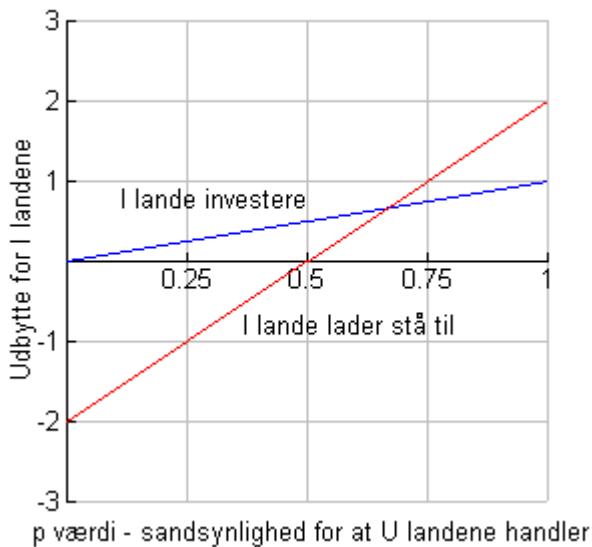
I-landenes gennemsnitlige udbytte når de *lader stå til*.

$$Udbytte_{I\text{-land lader stå til}} = 2 \cdot p + (-2) \cdot (1 - p) = 2p - 2 + 2p = -2 + 4p$$

En lignende overvejelse for U-landenes gennemsnitlige udbytte kan laves, men i denne situation nøjes vi med at undersøge I-landenes valg.

**Opgave 7:** gennemgå udregningen i formlerne ovenfor. Hvorfor svarer de til gennemsnittet?

Betragter vi p som en *uafhængig variabel* og udbyttet som en *afhængig variabel* kan vi lave et grafisk billede af situationen:



**Figur 1:** en grafisk illustration af de blandede strategier

I figur 1 ses det, at de to grafer for udbyttet skærer hinanden for en  $p$  værdi omkring 0,65. Vi kan finde skæringspunktet ved at sætte de to udbytte-funktioner lig hinanden og løse ligningen. Eller blot finde skæringspunktet i vores grafiske tegneprogram. Gør man det, får man  $p = \frac{2}{3} \cong 0,6666$ .

**Opgave 8:** tegn graferne fra figur 1 og find skæringspunktet for  $p$ -værdien

Fortolkningen af dette er, at det er *ligegyldigt* hvilken strategi I-landene vælger, hvis man *antager*, at U-landene med 67 % sandsynlighed vælger at investere. Det er jo en svær antagelse, og faktisk skal man også bare bruge det som en ledetråd:

Hvis sandsynligheden for at investere vurderes til at være *lavere end 67 %* for U landene, bør I landene investere – så vil de få et større udbytte.

Hvis sandsynligheden for at investere vurderes til at være *højere end 67 %* for U-landene, bør I-landene lade stå til – så vil de få et større udbytte her. Denne beslutning kaldes i spilteorien også *"freerider" strategien*.

Ved hjælp af blandede strategier er det altså muligt at bud på en strategi for I-landene i den givne situation ud fra sandsynligheder. Det skal understreges, at denne strategi er baseret på tilfældighedsprincippet – og at man således i ordets bogstaveligste forstand nu spiller et spil. I-landene *antager*, at der i dette tilfælde er 33 % sandsynlighed for, at U-landene vælger at investere. Og I-landene laver så et tilfældigt valg indenfor disse rammer.