



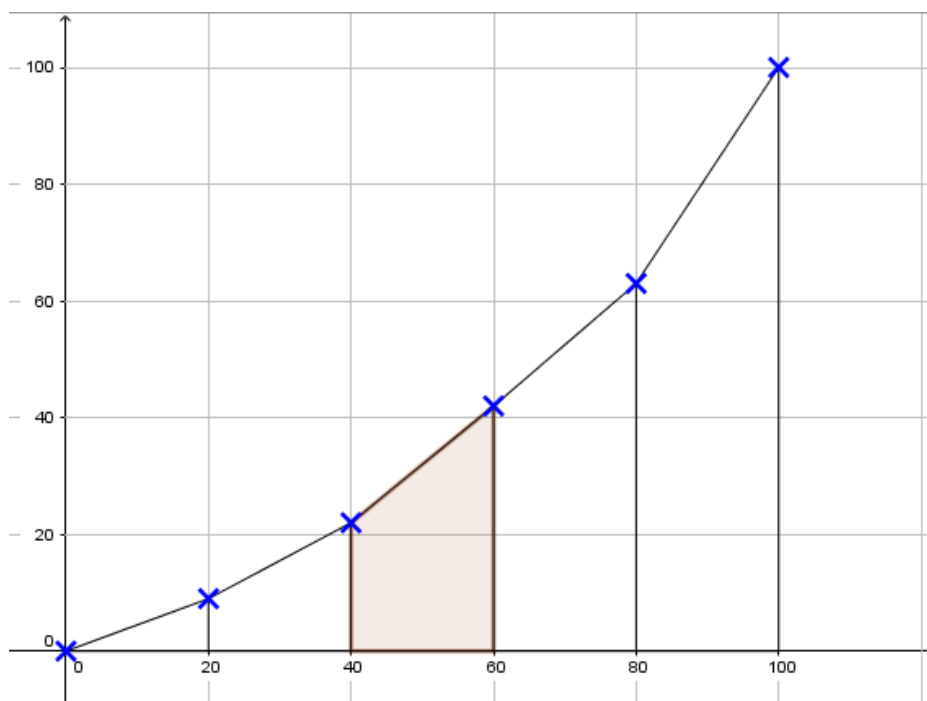
MATEMATIK:

Økonomisk ulighed

Arbejdsark med opgave 6 – 11

Arealet af B:

Arealet af området B mellem den aktuelle indkomstfordeling og x-aksen er straks sværere at bestemme eksakt. Dog ser det ud til, at vi kan dele B op i mindre områder, som vi godt kan bestemme arealet af



Figur 2.12. området mellem indkomstfordelingen og x-aksen illustreret

Den geometriske form, som er skraveret i figur 2.12 kaldes et *trapez* og vi vil nu vende os mod matematikken for at finde ud af hvordan arealet af et trapez beregnes. Det er helt vigtigt først at beregne arealet af trapezerne *under Lorenz-kurven* hvis Gini-koefficienten,  $G$ , skal beregnes, da du i opgave 5 fandt ud af, at:

$$G = 1 - 2B$$

Arealet af området  $B$  er netop summen af den første trekants og de efterfølgende 9 trapezers arealer i figur 2.12

## Trapezer

Vi definerer et trapez som følgende:

Definition: Trapez

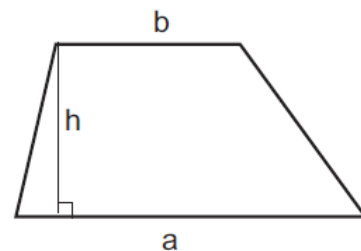
Et trapez er en firkant, hvor mindst to af siderne er parallelle.

Da vi skal bruge arealet af et trapez, får vi brug for følgende sætning:

Sætning: Arealet af et trapez

Arealet af et trapez hvor de to parallelle sider kaldes  $a$  og  $b$  og højden imellem dem kaldes  $h$  kan beregnes som:

$$A = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (a + b)$$



Vejledning til at indtegne Lorenz-diagrammer i GeoGebra.

Vi vender nu tilbage til datasættet over Danmarks indkomstfordeling i 2014:

Indkomst-fordelingen i Danmark 2014	Andel af indkomsten (i %)	Akkumuleret andel af indkomsten (i %)
1. decilgruppe	2,80	2,80
2. decilgruppe	5,64	8,44
3. decilgruppe	6,62	15,06
4. decilgruppe	7,54	22,60
5. decilgruppe	8,51	31,11
6. decilgruppe	9,51	40,62
7. decilgruppe	10,61	51,23
8. decilgruppe	11,98	63,21
9. decilgruppe	14,00	77,21
10. decilgruppe	22,79	100

Og datasættet for et samfund med perfekt lighed:

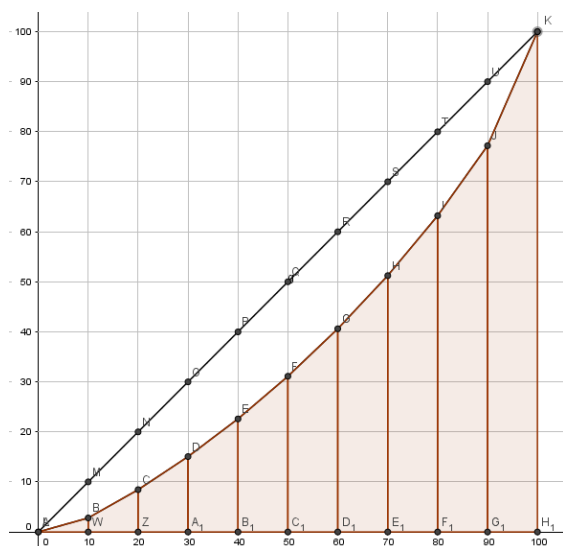
En helt lige indkomstfordeling	Andel af indkomsten (i %)	Akkumuleret andel af indkomsten (i %)
1. decilgruppe	10	10
2. decilgruppe	10	20
3. decilgruppe	10	30
4. decilgruppe	10	40
5. decilgruppe	10	50
6. decilgruppe	10	60
7. decilgruppe	10	70
8. decilgruppe	10	80
9. decilgruppe	10	90
10. decilgruppe	10	100

### Opgave 6. Indtegning af trapezer

På Youtube kan du finde en video, der viser dig hvordan: [kortlink.dk/uhez](http://kortlink.dk/uhez) (kopier eventuelt linket ind i din browser).

Indtegn nu den ene trekant og de 9 trapezer som tilsammen danner området under Lorenz-kurven.

Det skal se ca. sådan her ud når du er færdig:



Figur 2.12. Alle 9 trapezer indtegnet

### Opgave 7: Beregning af arealer

På Youtube kan du finde en video, der viser dig hvordan: [kortlink.dk/uhk3](http://kortlink.dk/uhk3) (kopier eventuelt linket ind i din browser).

Benyt nu formlerne for arealet af et trapez og en trekant til at beregne arealet af hver af delfigurerne under Lorenz-kurven.

### Opgave 8: Beregning af det samlede areal under Lorenz-kurven

Arealet under Lorenzkurven kan nu beregnes ved at arealerne af den ene trekant og de 9 trapezer lægges sammen. Hvad er arealet  $B$  under Lorenzkurven?

### Opgave 9: Beregning af Gini-koefficienten

Udregn Gini-koefficienten for Danmark i 2014.

### Grafisk bestemmelse af arealer i Geogebra

Med Geogebra som værktøj kan man faktisk springe hele proceduren med at bestemme trapezarealerne over og bestemme arealerne  $A$  og  $B$  med én operation.

Du kan se hvordan man gør det på: [kortlink.dk/uhk4](http://kortlink.dk/uhk4) (kopier eventuelt linket ind i din browser).

### Opgave 10: tjek dine resultater i opgave 6-8

- a) Vha. Geogebra skal du kontrollere at du har beregnet arealet af den ene trekant og de 9 trapezer rigtigt
- b) Vha. Geogebra skal du kontrollere at du har beregnet det samlede areal under Lorenzkurven rigtigt.

### Opgave 11

Nedenfor ses en opgørelse fra Arbejderbevægelsens Erhvervsråd (AE-rådet), der har opgjort danskernes gennemsnitlige indkomster i år 2000 og 2015 i faste priser (2017).

Udvikling i indkomster, faste priser	2000 (1000kr)	2015 (1000kr)	Vækst (1000kr)	Relativ vækst (procent)
1. decil	87,6	90,5	2,9	3,3
2. decil	123,4	142,2	18,8	15,3
3. decil	142,8	167,8	25,0	17,5
4. decil	161,4	190,4	29,0	17,9
5. decil	179,0	214,5	35,6	19,9
6. decil	196,8	239,9	43,2	21,9
7. decil	216,9	268,8	51,9	23,9
8. decil	242,0	304,9	62,9	26,0
9. decil	278,6	358,2	79,6	28,6
10. decil	427,9	585,1	157,2	36,7

Før vi kan begynde at kigge på Gini-koefficienter for 2000 og 2015 skal vi først have omregnet indkomsterne til andelen af den samlede indkomst i procent.

- Udregn den samlede gennemsnitlige indkomst i år 2000 ved at lægge alle tallene i søjle 2 i tabellen ovenover sammen.
- Udregn for hver decil hvor mange procent decilens gennemsnitlige indkomst udgør af den samlede gennemsnitlige indkomst.
- Lav Lorenz-diagrammet for år 2000 på samme måde, som du lavede det for 2014 i tidligere opgaver.
- Udregn Gini-koefficienten for år 2000 på samme måde, som du udregnede den for 2014 i tidligere opgaver.
- Gentag a) til d) for år 2015.
- Hvad kan du umiddelbart sige om ligheder og forskelle ved at sammenligne de to Lorenz-diagrammer og de to Gini-koefficienter?